

常见薄壁拉伸构件带中心裂纹时的 应力强度因子公式

(五 爨)

: 2004- 12- 13; : 2005- 04- 08

: (04011764)

:

(1961-), , , ,

, E-mail: lee61cn@yahoo.com.cn.

为常见。当这类杆件的某一板面上出现裂纹时,如长宽比对于板宽较小,则可以忽略垂直板件的影响,应用平面的应力强度因子^[4];否则,就需要按整体才确定薄壁杆件的应力强度因子。到目前为止,现有的强度因子手册中所收的有关薄壁杆件的应力强度的结果甚少,文献[1]仅收集了均匀拉伸等厚薄壁和角形杆件两种情况。该解是利用能量变分法得到数值结果,以图线的形式给出,不便于工程分析应用。有关薄壁杆件应力强度因子一般解的研究需要,手册中薄壁杆件内容需要充实完善。

采用线场分析方法已成功得到有限宽板求解 I 型裂纹应力强度因子近似简单表达式^[6,7]。本文拟进一步将该方法推广应用至含中心裂纹均匀拉伸薄壁杆件,修正无限大板裂纹问题或小裂纹情况的应力场解,建立一情况下裂纹横截面的正应力的分布模型,用裂纹横截面满足的平衡条件,确定模型参数,得到裂纹尖端附近的应力强度因子。

2 裂纹横截面双轴对称时薄壁拉伸杆件

Y(ξ)公式

2.1 中心裂纹板的应力场和应力强度因子

对于图 1 所示的中心裂纹板,当 $a \ll b$ 时可认为无限大板。小裂纹情况应力场有精确解析解。在裂纹尖端附近沿 x 轴正应力 σ 的近场奇异解为

$$\sigma = \sigma_0 \sqrt{\frac{2}{\pi r}}$$

相应的裂纹尖端附近的应力强度因子

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

当裂纹长度不远小于板宽时,裂纹尖端附近的应力场情况目前还没有应力场的解析解。在有限宽板中,由于自由边界的影响,沿裂纹长度方向将有应力分布,且沿 x 轴正应力的分布

为 $\sigma = \sigma_0 Y(\xi)$, 其中 $\xi = x/a$, $Y(\xi)$ 为无量纲函数,其值随 ξ 而变,且 $Y(0) = 1$, $Y(\xi) \rightarrow 0$ 当 $\xi \rightarrow \infty$ 时。

由图 1 可知,沿 x 轴正应力的分布为 $\sigma = \sigma_0 Y(\xi)$, 且 $Y(\xi) = 1$ 当 $\xi = 0$ 时, $Y(\xi) \rightarrow 0$ 当 $\xi \rightarrow \infty$ 时。

由图 1 可知,沿 x 轴正应力的分布为 $\sigma = \sigma_0 Y(\xi)$, 且 $Y(\xi) = 1$ 当 $\xi = 0$ 时, $Y(\xi) \rightarrow 0$ 当 $\xi \rightarrow \infty$ 时。

裂纹

度相同 均在自板面内承受相同的荷载 且板与板间之间相互垂直相交 所以 不可能存在面外约束力 加上截面的对称性 所以在棱处的纵向截面上既没有相互正压力作用 也没有相互剪应力的作用 即各板的应力独立、互不影响。

表1 三种双轴对称裂纹

6 的平

7

纹 度相同 均在自板面内承受相同的荷载 且板与板间之间相互垂直相交 所以 不可能存在面外约束力 加上截面的对称性 所以在棱处的纵向截面上既没有相互正压力作用 也没有相互剪应力的作用 即各板的应力独立、互不影响。

6 的平

7

即...方法确定无量纲应力强度因子...
 为所有含相同裂纹状态板的横截面...
 为无裂纹垂直板件的横截面

2.3 三种常轴对称裂纹横截面情况
 强度因子

对于图...三种薄壁截面杆件...
 解无量... ξ 过程中所需几...
 与裂纹板垂直板件的...
 可代入式(8), 通...
 件无量纲应力强度...
 式为

$$\frac{2a^*}{2a^*} \xi \frac{2a^*}{8}$$

由表1可见, 图2c所示的...杆件, ...
 的应力强度因子的表达式...相同。

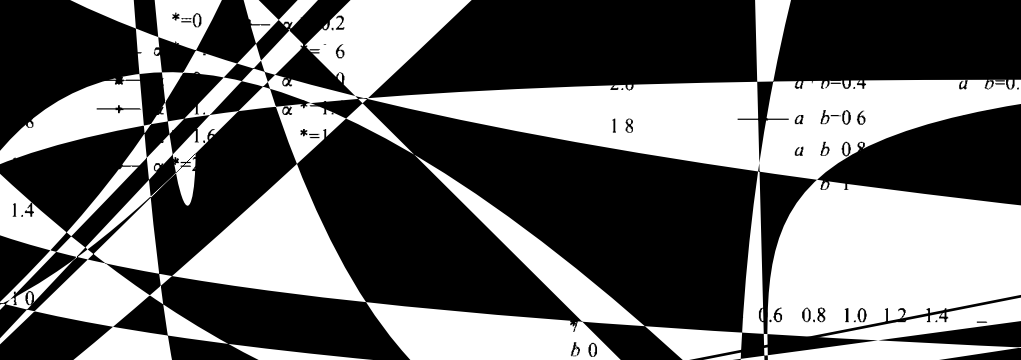


图3 膜板含中轴对称裂纹之形...应力强度因子

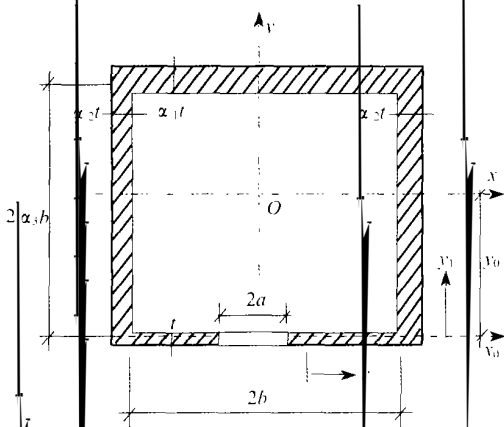


图 4 箱形薄壁中心裂纹横截面

对于图 4 所示单轴对称裂纹横截面情况, 虽然在拉伸杆件的远端应力是均匀分布的, 但在裂纹横截面上, 裂纹的出现将导致该截面偏心受力, 使得两个腹板上的应力分布不均匀, 所以在构建这类裂纹横截面正应力 σ 分布模型时除了考虑到正应力 σ 应满足应力的奇异性和连续性两个要求外, 还应考虑受力偏心效应参数。故本文假设 σ 分布模型为

$$\sigma = \begin{cases} \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}} & 0 & 2^2 \\ 2\sigma_0 & 2^2 \\ 2\alpha \left[1 - \gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) \right] & 0 & 1 & 2\alpha_3 \\ 2\sigma_0 & 1 & 2\alpha_3 \gamma & \text{在截面的上翼缘上} \end{cases} \quad (13)$$

式中, σ_0 为无量纲应力强度因子 γ 称为裂纹横截面的偏心效应参数, 坐标 x_1 如图 4 所示。 σ 分布模型 (13) 应该满足沿裂纹横截面截取一半所建立的轴向力平衡方程和力矩平衡方程

$$\sigma d = \sigma_0 \sigma \quad (14)$$

$$\sigma d = \sigma_0 \sigma_0 \quad (15)$$

通过联立求解方程(14)和(15)可以确定两个模型参数 α 和 γ 。

由以上分析讨论可知, 本文提出的求解含中心裂纹薄壁拉伸杆件应力强度因子的方法, 是基于合理的构建裂纹横截面的正应力分布模型建立的, 故可简称为面场分析近似法。

3.2 含中心裂纹单轴对称箱形薄壁截面杆均匀拉伸时应力强度因子的一般解

将式(13)分别代入(14)、(15), 经积分运算和化简整理后得

$$2\alpha \xi - 2\alpha_3 \gamma \alpha_1 \alpha^* \frac{\xi}{2} = \alpha$$

$$\begin{cases} 2\alpha \xi - 2\alpha_3 \gamma \left[\alpha_1 \frac{2}{3} \alpha^3 \right] = \alpha_1 \alpha^* \\ 2\alpha_3 \gamma \frac{\alpha_1 \alpha^* \xi^2}{\alpha} = \alpha_1 \alpha^{*2} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \alpha_1 \alpha^* \xi^2 = \alpha_1 \alpha^{*2} \\ \alpha_1 \alpha^* \xi^2 = \alpha_1 \alpha^{*2} \end{cases} \quad (17)$$

式(17)即为含中心裂纹单轴对称箱形薄壁截面杆均匀拉伸时无量纲应力强度因子 ξ 的一般解。

3.3 几种常见薄壁均匀拉伸杆件含中心裂纹时的应力强度因子

1) 对于等厚箱形截面, 由图 4 可知, $\alpha_1 = 1$, $\alpha^* = \alpha_3$, $\alpha = 2 + 2\alpha_3$, 代入一般公式 (17) 得

$$\sqrt{\frac{6 - 8\alpha_3 - 2\alpha_3^2}{6}} \frac{3 - 2\alpha_3 \xi}{2 - 3 - 2\alpha_3 \xi} = \alpha_3 \xi \quad (18)$$

如为等厚正方形箱形截面, 则又有 $\alpha_3 = 1$, 由式(18)得

$$\sqrt{\frac{16 - 5\xi}{16}} \frac{5\xi}{10\xi} = \xi \quad (19)$$

2) 对于槽形薄壁截面, 由图 4 可知, $\alpha_1 = 0$, $\alpha^* = 1 + 2\alpha^*$, 代入一般公式 (17) 得

$$\frac{2 - \alpha^* \xi}{2 - \alpha^*} = \frac{\xi}{2\xi} \quad (20)$$

当截面各板厚度相等时, 在式(20)中, $\alpha^* = \alpha_3$

3) 对于单块中心裂纹板, 令 $\alpha = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, 代入公式 (17) 可以得到与公式 (5) 一致的结果。

在不同面外垂直板件长度情况下, 等厚箱形和槽形薄壁杆件的无量纲应力强度因子 ξ 曲线分别如图 5a、b 所示。

4 面场分析近似法的正确性

由本文薄壁杆件的一般结果可以得到中心裂纹板的合理结果^[7]。对于含中心裂纹的薄壁杆件, 该结果是否还是成立的呢? 本文选择槽形截面的应力强度因子结果进行对比分析。目前关于薄壁杆件应力强度因子的研究结果很少, 幸好文献[5]采用能量变分法, 得到了腹板含中心裂纹等厚槽形拉伸杆件无量纲应力强度因子 ξ 的数值结果, 也被收入了手册^[1]。本文结果与之比较的情况见表 2。可见, 在板厚比 $0 < \alpha_3 \leq 1.6$ 相对裂纹长度 $\xi \in 0.7$ 范围内, 二者的最大相对误差小于 5%, 说明虽然本文方法在构建的裂纹横截面正应力模型略显粗糙, 不能严格满足所有弹性力学方程, 但其结果不仅可以给出无量纲应力强度因子的简单表达式, 而且其计算结果在所对比的范围内是可靠的。

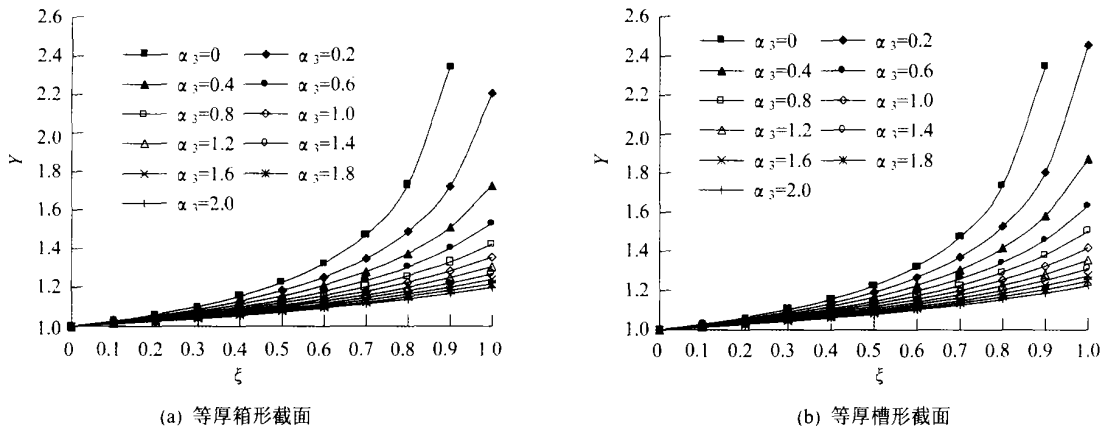


图 5 不同面外垂直板件长度情况下两种薄壁杆件的无量纲应力强度因子 $Y(\xi)$ 曲线

表 2 本文槽形薄壁杆件的应力强度因子结果与文献[1, 5]结果的相对误差, %

	$\alpha_3 = 0$	$\alpha_3 = 0.2$	$\alpha_3 = 0.4$	$\alpha_3 = 0.6$	$\alpha_3 = 0.8$	$\alpha_3 = 1.0$	$\alpha_3 = 1.2$	$\alpha_3 = 1.4$	$\alpha_3 = 1.6$
$\xi = 0.3$	3 664	4 081	3 758	3 512	3 395	3 177	3 036	2 755	2 323
$\xi = 0.4$	3 840	4 410	4 003	3 515	3 344	3 044	2 869	2 595	2 008
$\xi = 0.5$	3 180	4 133	3 829	3 397	2 763	2 104	1 449	0 755	0 177
$\xi = 0.6$	1 916	2 922	3 180	2 419	1 436	0 409	0 508	1 557	2 525
$\xi = 0.7$	1 277	1 581	2 102	1 476	1 052	0 584	1 872	3 175	4 403

5 结束语

本文在文献[7]的基础上,提出了用于确定含中心裂纹薄壁杆件应力强度因子的面场分析近似方法,得到了常见薄壁杆件均匀拉伸时的多个无量纲应力强度因子的简单实用公式。这些公式的适用范围包括焊接组合(非等厚)薄壁杆件和冷弯(等厚)薄壁杆件。与现有的等厚槽形薄壁杆件的数值结果的对比分析表明,本文方法得到的应力强度因子最大误差小于5%,对于工程应用来说是可以接受的。该近似方法,也适用于求解含中心裂纹薄壁杆件的弯曲问题。

参考文献:

[1] 中国航空研究院. 应力强度因子手册. 北京: 科学出版社,

1981.
 [2] 张行. 断裂力学中应力强度因子的解法. 北京: 国防工业出版社, 1992.
 [3] O. L. Bowie. Solutions of Plane Crack Problems by Mapping Techniques, in Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems(ed. G. C. Shi. Leiden: Noordhoff Int., 1973.
 [4] 周利. 用 Rayleigh- Ritz 法求含裂纹偏心柱的弹性挠度. 工程力学, 2000, 17(4): 109- 116.
 [5] 黄维扬. 型材中裂纹应力强度因子计算方法. 工程力学, 1986, 3(3): 1- 5.
 [6] 易志坚. 求解应力强度因子的一种新方法. 重庆交通学院学报, 1991, 10(3): 37- 41.
 [7] 王启智. 两种简便的应力强度因子表达式. 力学与实践, 1995, 17(6): 35- 37.